

# Analiza na rozmaitościach

matematyka, I rok, II stopień, studia stacjonarne, 2015/2016

Egzamin zerowy

Instytut Matematyki UKSW

27 stycznia 2016

Imię i nazwisko	
Nr indeksu	

## 1 Część teoretyczna

**Pytanie 1.** Podaj definicję pochodnej i pochodnej kierunkowej funkcji typu  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ .

**Pytanie 2.** Podaj definicję całki Riemanna wzdłuż krzywej w  $\mathbb{R}^n$ .

**Pytanie 3.** Podaj definicję  $n$ -łańcucha oraz operatora brzegu. Jaka jest podstawowa własność operatora brzegu?

**Pytanie 4.** Co to są formy różniczkowe i jak się je różniczkuje?

**Pytanie 5.** Sformułuj twierdzenie Stokesa.

## 2 Część zadaniowa

**Zadanie 1.** Podaj przykład funkcji ciągłej  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , która jest różniczkowalna wszędzie poza punktem  $(0, 0)$ .

**Zadanie 2.** Zróżniczkuj formę

$$(y + z)dx + (x + z)dy + (x + y)dz.$$

**Zadanie 3.** Oblicz całkę Riemanna  $\int_{[-2,3]} f$ , gdzie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  jest dana wzorem

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \\ 0 & \text{dla } x \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

**Zadanie 4.** Niech  $s = c_1 - c_2 + c_3$  będzie łańcuchem postaci, gdzie  $c_i: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  są dane wzorami

$$c_1(t) = (t, 0), \quad c_2(t) = (1 - t, t), \quad c_3(t) = (0, 1 - t).$$

Oblicz  $\partial s$ .

**Zadanie 5.** Oblicz  $\partial c$ , gdzie  $c: [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  jest dane wzorem

$$c(s, t) = (s + t, 2st).$$